Ερωτήσεις Κατανόησης, Σειρές Πραγματικών Αριθμών

Δήμογλου Κωνσταντίνος

Στοιχειοθεσία Ερωτήσεων: Δήμογλου Κωνσταντίνος, Μαθηματικός (Msc).

Ερωτήματα

Από εδώ και πέρα με s_n συμβολίζουμε την ακολουθία μερικών αθροισμάτων μιας σειράς πραγματικών αριθμών $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

(i) Αν $a_n \to 0$, τότε $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(ii) Αν $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε $a_n \to 0$ (ΣΩΣΤΟ).

(iii) Αν s_n φραγμένη, τότε $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(iv) Αν $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε s_n φραγμένη (ΣΩΣΤΟ).

(v) Αν $a_n \to 0$, τότε s_n φραγμένη (ΛΑΘΟΣ).

(vi) Αν $a_n > 0$, και s_n φραγμένη. τότε $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει (ΣΩΣΤΟ).

(vii) Αν $a_n > 0$ και $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1,\ n \in \mathbb{N}$, τότε $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(viii) Αν $a_n > 0$ και $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ αποκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(ix) Αν a_n είναι μια ακολουθία πραγματικών αριθμών και $\lim_n \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = +\infty$, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ αποκλίνει (ΣΩΣΤΟ).

(x) Αν $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει και $(a_{k_n})_{n\in\mathbb{N}}$ είναι μία υπακολουθία της $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n}$ συγκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(xi) Αν $a_n \to 0$, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ συγκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(xii) Αν $a_n > 0$ και η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ (ΛΑΘΟΣ).

(xiii) Αν a_n είναι μια ακολουθία πραγματικών αριθμών και η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} {a_n}^2$ συγκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(xiv) Αν $a_n > 0$ και $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} {a_n}^2$ συγκλίνει (ΣΩΣΤΟ).

(xv) Αν η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει , τότε η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^n$ συγκλίνει (ΣΩΣΤΟ).

(xvi) Αν η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ συγκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(xvii) Η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} n(1+n^2)^p$ συγκλίνει αν και μόνο αν $p < -1$ (ΣΩΣΤΟ).

(xviii) Αν $a_n > 0$ και $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ συγκλίνει (ΣΩΣΤΟ).

(xix) Αν $a_n > 0$ και $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ αποκλίνει, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} na_n$ αποκλίνει (ΣΩΣΤΟ).

(xx) Αν $a_n \neq 0$ και η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ συγκλίνει (ΛΑΘΟΣ).

(xxi) Αν $a_n > 0$ και $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει, τότε για κάθε $(a_{k_n})_{n\in\mathbb{N}}$ η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n}$ συγκλίνει (ΣΩΣΤΌ).

(xxii) Αν a_n είναι μια ακολουθία πραγματικών αριθμών και η $\sum_{n=1}^{\infty} na_n$ συγκλίνει, τότε η $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει (ΣΩΣΤΟ).

(xxiii) Αν η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x+1)^n$ συγκλίνει για $x = 7$, τότε συγκλίνει και για $x = -5$ (ΣΩΣΤΟ).

(xxiv) Αν η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$ συγκλίνει για $x = -2$, τότε έχει ακτίνα σύγκλισης $R < 3$ (ΛΑΘΟΣ).

(xxv) Αν μια δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ συγκλίνει μόνο για $x = 0$, τότε έχει ακτίνα σύγκλισης $R > 0$ (ΛΑΘΟΣ).

(xxvi) Αν η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ αποκλίνει για $x = 1.5$, τότε αποκλίνει για $x = 1.6$ (ΣΩΣΤΟ).

(xxvii) Αν η δυναμοσειρά $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ αποκλίνει για $x = -1$, τότε έχει ακτίνα σύγκλισης $R > 1$ (ΛΑΘΟΣ).